Orthogonal Transformation

$P_{xyz} = R\, P_{ABC}$

$P_{ABC} = R^{-1}\, P_{xyz}$

inverse of matrix example

$A \longrightarrow A^{-1} = \frac{adj}{|A|} = \frac{C^T}{|A|}$

$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ $C_{ij} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

$|A| = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$c_{11} = (-)^{i+j} \cos\theta$ $c_{12} = (-)^{1+2} = -\sin\theta$

$c_{21} = (-)^{2+1}(-\sin\theta)$ $c_{22} = (-)^{2+2}\cos\theta$

$= \sin\theta$

خاصية ③

$Adj = C^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

(rows) $= r_1 r_2^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$

$= \cos\theta\sin\theta - \sin\theta\cos\theta$ خاصية ①

$|A| = 1$ ② خاصية

Orthogonal Matrix

① $|A| = \pm 1$ ← لها ثلاث خصائص

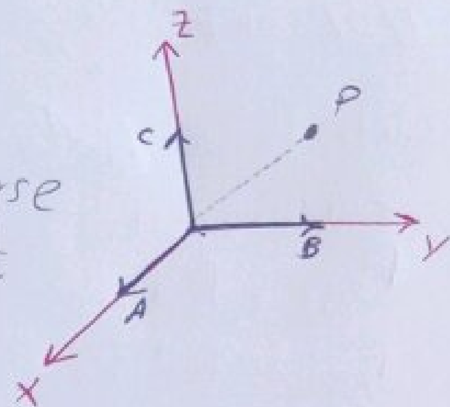
② $A^{-1} = A^T$

③ $r_i r_j^T = 0$ (rows) الصفوف متعامدة على بعضها

$P_{xyz} = R \; P_{ABC}$

$P_{ABC} = R^{-1} \; P_{xyz}$

- Rotation Matrix is orthogonal
- to get its inverse just transpose it



$$R(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R^{-1}_{(x,\theta)} = R^{T}(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

لاحظ إنه مع الـ Transpose تغيرت إشارة الـ sin فقط

→ if we have R and P_{xyz} we can get P_{ABC}
〃 〃 〃 R and P_{ABC} 〃 〃 〃 P_{xyz}
〃 〃 〃 P_{xyz} 〃 P_{ABC} 〃 〃 〃 R

check table in page 44,45 in text book

→ Composite Rotation Matrix page 45, 46

Remember: $R R^{-1} = R R^T = R^{-1} R = R^T R = I$

$A.I = I.A = A$

مهم جدا ترتيب الضرب في حالة الدوران حول xyz وحول ABC

xyz ← PRE — I — POST → ABC

راجع مثال صفحة 46 في الكتاب

الأمثلة صفحة 50,49,48,47

Skip to page 54,55

ما أعمل أكتر من دورانه بيتم إزاي